和

令和４年度 秋季募集

東北大学大学院工学研究科
量子エネルギー工学専攻入学試験

試験問題冊子
【専門科目】

流体力学	FLUID DYNAMICS	p. 1
電磁気学	ELECTROMAGNETICS	p. 2
量子力学	QUANTUM MECHANICS	p. 3
材料力学	STRENGTH OF MATERIALS	p. 4
機械材料学	MECHANICAL MATERIALS	p. 5
化学基礎	CHEMISTRY BASICS	p. 6
放射化学	RADIOCHEMISTRY	p. 7
放射線工学	RADIATION ENGINEERING	p. 8
原子炉物理学	REACTOR PHYSICS	p. 9

令和４年８月３１日(水)　10:00 － 11:00

注意

１. 本試験問題冊子は，試験監督の指示があるまで開かないこと.

２. 試験問題冊子，答案用紙，草案用紙および選択票 2 枚が配付されるので，答案用紙，草案用紙および選択票に受験番号を記入すること.

３. 9 科目の中から 2 科目を選択して解答すること（ただし，放射化学、放射線工学、原子炉物理学から選択できるのは１科目まで）．選択した科目を選択票に記入すること．１科目につき 2 枚の答案用紙を使用すること.

４. 試験終了後，提出にあたっては受験番号，問題番号などの記入を再確認すること．答案用紙を番号順に他の用紙の上に重ねて問題冊子の横に置き，試験監督の回収を待つこと．試験監督の指示があるまでは退席しないこと.

流 体 力 学　FLUID DYNAMICS

図 1 に示すような中心角の大きさが $2\pi-\theta_0$（ただし $0<\theta_0\le 2\pi$）の板の周りの，非粘性・非圧縮性流体の二次元定常渦なし流れに関して，次式で与えられる 2 次元複素速度ポテンシャルを考える．

$$W = A\,z^{\alpha}$$

ただし，A は複素定数，z は複素変数で，

$$A = |A|e^{i\beta} \quad , \quad z = x+iy = re^{i\theta}$$

とする．また，α は正の定数，β は定数で，$-\pi<\beta<\pi$ とする．以下の問いに答えよ．

（1）W の実部と虚部を求め，速度ポテンシャル $\phi(r,\theta)$ と流れ関数 $\psi(r,\theta)$ を求めよ．

（2）問（1）の結果を用いて，r 方向速度成分 $u_r(r,\theta)$ と θ 方向速度成分 $u_\theta(r,\theta)$ を求めよ．

（3）問（2）での結果を用いて，$u_\theta(r,0)$ に関する境界条件より β を求めよ．

（4）問（2）（3）の結果を用いて，$u_\theta(r,\theta_0)$ に関する境界条件より α を求めよ．

（5）問（2）（3）（4）の結果を用いて，x 方向速度成分 $u_x(r,\theta)$ と y 方向速度成分 $u_y(r,\theta)$ を求め，原点 O 近傍における流れ場の様子を説明せよ．

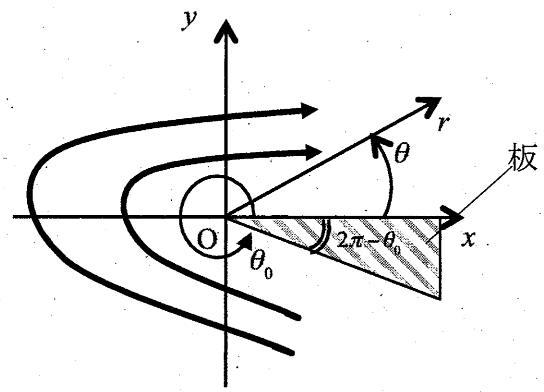

図 1

電 磁 気 学　ELECTROMAGNETICS

図 1 に示すように，x 軸を中心に角速度ω_Lで回転できる一辺 a の正方形ループを一様な磁束密度$\boldsymbol{B}(t) = B_0\boldsymbol{k}\sin(\omega t)$の中に配置した．ただし，$B_0$は定数，$\boldsymbol{k}$ は z 軸方向の単位ベクトル，ω は角速度，t は時間である．正方形ループと xy 平面とのなす角度をθとし，正方形ループの電気抵抗をRとする．以下の問いに答えよ．なお，誘導電流がつくる磁場は無視できるものとする．

（1） $\omega_L << \omega$ のとき，次の問いに答えよ．

a） $\theta = 0$ のときに正方形ループに発生する誘導起電力と，そのときループに流れる電流を求めよ．

b）正方形ループに発生する誘導起電力と，そのときループに流れる電流を角度θの関数として表せ．

c）正方形ループに発生するジュール熱の最大値と，そのときの角度θを求めよ．

（2） $\omega_L = \omega$であり，正方形ループの回転角を$\theta = \omega t$とするとき，次の問いに答えよ．

a）正方形ループに流れる電流の最大値とその時の回転角θを求めよ．

b）正方形ループが回転角$\theta = 0$から$\pi/6$まで回転する間に，正方形ループに流れる総電荷量を求めよ．

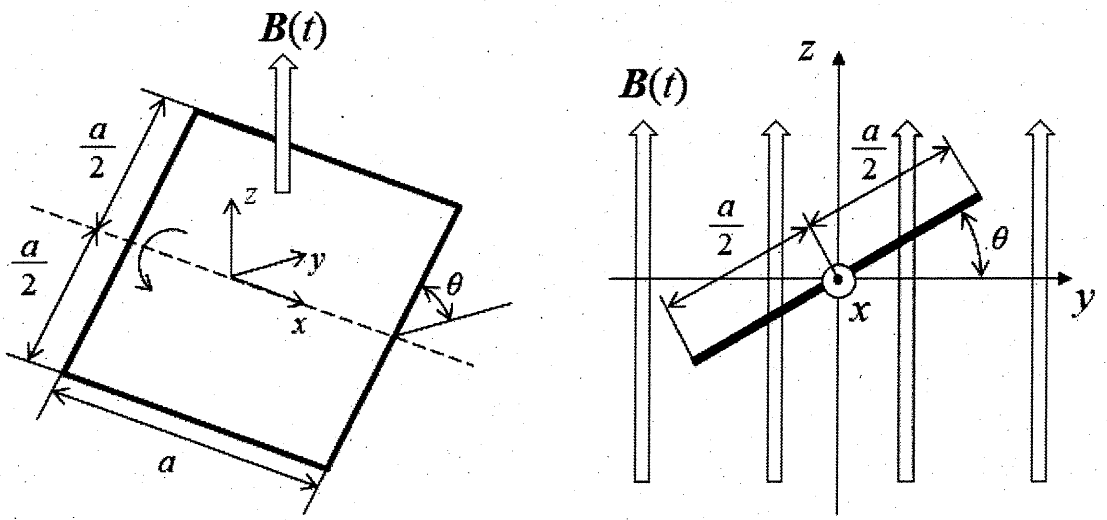

図 1

量 子 力 学　QUANTUM MECHANICS

運動学における相対論的効果は無視できるものとし，次の問いに答えよ．プランク定数は h であり，$\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$ とする．

（１）一次元空間において，自由粒子（質量 M）が，$0 \le x \le d$ の領域に閉じ込められているものとする．ここで，d は正の定数である．以下の問いに答えよ．

a) この自由粒子の最小の運動エネルギーを位置と運動量の不確定性関係を用いて求めよ．

b) この自由粒子のド・ブロイ波長の最大値が 10^{-9} m 以下となるための d の条件を求めよ．

（２）一次元空間において，ポテンシャル $V(x)$ が偶関数であるとき，$V(x)$ 中の粒子の波動関数は，偶関数または奇関数となる．以下のポテンシャル

$$V(x) = \begin{cases} +\infty & (x < -a) \\ 0 & (-a \le x \le a) \\ +\infty & (x > a) \end{cases}$$

の中に存在する電子（質量 m）を考える．ここで，a は正の定数である．以下の問いに答えよ．

a) 電子の規格化された波動関数のうち奇関数のものを求めよ．

b) 問a）で求めた奇関数の波動関数に対するエネルギー固有値を求めよ．

c) 問a）で求めた奇関数の波動関数に対する位置 x の期待値を求めよ．

材 料 力 学　STRENGTH OF MATERIALS

図１に示されるような直線分布荷重をそれぞれ受けている２つの片持ちはりがある．はりの全長（自由端 A から固定端 B までの長さ）は L であり，はりの自重は無視できるものとする．以下の問いに答えよ．

（１）図 1 (a)の場合について，固定端での反力と反モーメントを求めるとともに，A-B 間の任意の位置でのせん断力と曲げモーメントを求めよ．さらに，せん断力線図および曲げモーメント線図の概形をそれぞれ描け．ただし，W_0 は固定端における荷重であり，自由端における荷重はゼロとする．

（２）図 1 (b)の場合について，固定端での反力と反モーメントを求めるとともに，A-B 間の任意の位置でのせん断力と曲げモーメントを求めよ．ただし，W_1 および W_2 はそれぞれ自由端および固定端における荷重であり，$W_1 > W_2$ である．

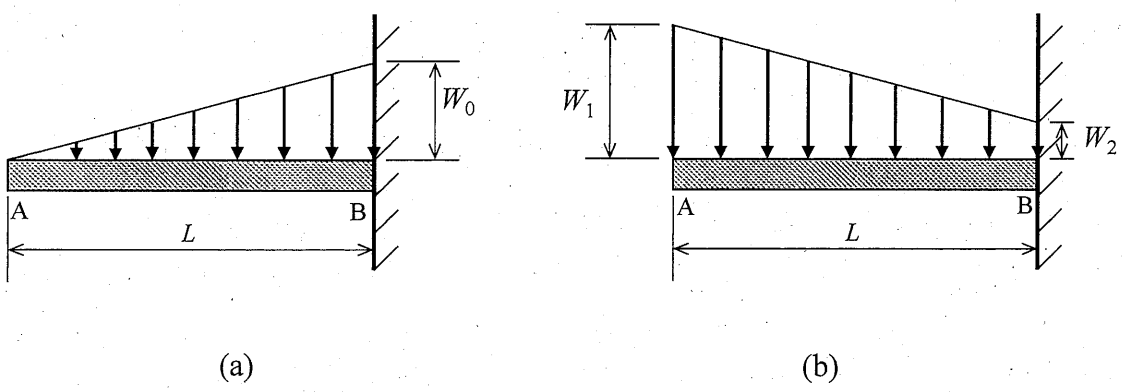

図１

機械材料学　MECHANICAL MATERIALS

金属と合金について以下の問いに答えよ.

（1）室温における鉄の結晶構造は体心立方晶である. 室温における鉄の密度は, 7.87 g/cm^3, 鉄の原子量は 55.8 である. 鉄結晶の室温での格子定数を求めよ. ただし, アボガドロ数は, 6.0×10^{23} とする.　近似値 $23.6^{1/3}=2.86$, $47.1^{1/3}=3.61$ を用いてもよい.

（2）面心立方晶の金属におけるすべり系をミラー指数で表せ.

（3）完全固溶体を形成する Ni-Cu 合金の平衡状態図の概略を描け. 尚, Ni と Cu の単体の融点はそれぞれ 1453°C, 1085°C である.

（4）アルミニウム合金の時効硬化について説明せよ.

（5）ある金属の自己格子拡散の振動因子を 1.00×10^{-5} m^2/s, 活性化エネルギーを 67.0 kJ/mol とする. 温度 700 K における自己拡散係数 D を求めよ. ただし, 気体定数 $R = 8.3$ J/(mol・K) とする. 近似式 $e^x = 10^{x/2.30}$ を用いてもよい.

化 学 基 礎　CHEMISTRY BASICS

次の問いに答えよ．

（1） 次のｉ）～ｖ）の文章の下線部が正しい場合には「正」と書け．誤っている場合は「誤」と記述するとともに，文章の下線部を修正せよ．

ｉ）ゲルマニウムの電気伝導度は温度の上昇とともに<u>減少</u>する．

ii）Lewis の酸塩基の定義においては，電子対を供与する物質および電子対を受容する物質を，それぞれ<u>Lewis 酸および Lewis 塩基</u>とする．

iii）窒素 (N)，酸素 (O)，フッ素 (F)，ネオン (Ne) の第一イオン化エネルギーの大小関係は，<u>N < O < F < Ne</u> となる．

iv）フッ素は塩素に比べて，電子親和力が<u>大きい</u>．

ｖ）2 個の陰イオン A と 2 個の陰イオン B が 1 個の金属の陽イオン M と 4 配位錯体をつくる．このとき，<u>平面構造の場合は幾何異性体が存在するが，四面体構造の場合には幾何異性体は存在しない</u>．

（2） アンモニアに関する次の問いに答えよ．

ａ）アンモニア生成の熱化学方程式は次式で表される．

$$N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3 \qquad \Delta H = -92\ \mathrm{kJ}$$

この式に基づき，アンモニアの生成量を増加させる操作を二つ示せ．

b）0.10 mol/L の硫酸 100 mL が中和されるまでアンモニア（気体）を吸収させた．このとき，吸収されたアンモニア（気体）の，標準状態（273 K，1.0×10^5 Pa）における体積 [mL]を求めよ．

ｃ）アンモニアの酸化により生成する NO_2 を水に溶かすと硝酸が得られる．NO_2 が水に溶けて硝酸が生成する化学反応式を書け．また，鉄が高湿度の空気中でさびを生じるにもかかわらず，濃硝酸に鉄を浸漬しても腐食されない理由を述べよ．

放射化学　RADIOCHEMISTRY

0.10 mol/L 塩酸溶液 25 mL 中に 2.0×10^{5} Bq の ^{140}Ba が無担体状態で存在している．^{140}Ba は娘核種である ^{140}La と放射平衡状態にある．この溶液を溶液 A とする．次の問いに答えよ．なお，^{140}Ba の半減期は 300 時間，^{140}La の半減期は 40 時間，$\log_e 2 = 0.70$，アボガドロ定数は 6.0×10^{23} mol^{-1} として計算せよ．有効数字は 2 桁である．

（1） ^{140}Ba の壊変形式を書け．また，溶液 A に含まれるバリウムの質量[g]を求めよ．

（2） 溶液 A に含まれる ^{140}La の放射能量[Bq]を求めよ．

（3） 溶液 A に，担体として塩化バリウムと塩化ランタンを加え，溶液中のバリウム濃度とランタン濃度がともに 1.0×10^{-2} mol/L となるようにした．次に，硫酸ナトリウムを濃度が 5.0×10^{-3} mol/L となるように添加し，攪拌したところ白色の沈殿が生じたため，ろ過によりこの白色沈殿を溶液から分離し，純水で洗浄して回収した．なお，一連の操作は短時間で行ったものとする．次の問いに答えよ．

a） 白色沈殿の発生反応を化学反応式で示せ．

b） 回収直後の沈殿に含まれる放射性核種名および放射能量[Bq]を示せ．

放 射 線 工 学　RADIATION ENGINEERING

1．放射線検出器を用いて，ある線源から発生する単色のガンマ線（E_γ [keV]）を計測する．ここで，$E_\gamma < 1000$ keV であるとする．検出器のエネルギー分解能が理想的な状態であるとき，図１に示すような，ピーク A，ピーク B，連続部 C，連続部 D の４つの成分からなるエネルギースペクトルが得られた．ガンマ線の入射によって検出器内部で発生した電子線のエネルギーは全て内部で吸収されたものとするとき，以下の問いに答えよ．

（１）ピーク A，ピーク B，連続部 C，連続部 D それぞれが検出器内部においてどのような相互作用にもとづいて生じたかを説明せよ．

（２）連続部 D の上限のエネルギーを E_d [keV]とするとき，このエネルギーにおいて D には急峻な終端が形成される．このような終端が現れる理由を述べよ．

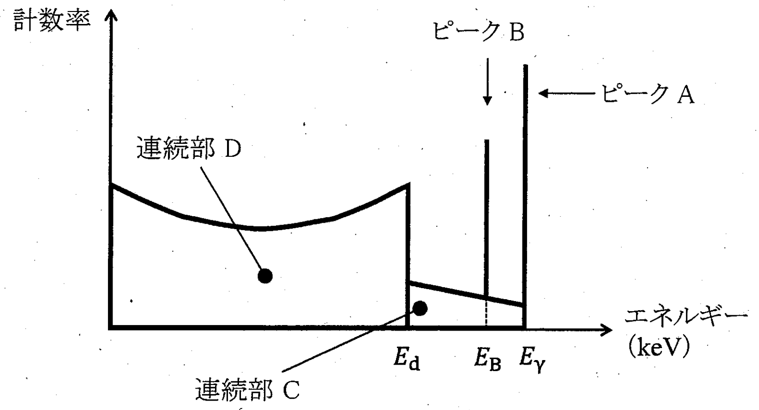

図１

2．体内に取り込まれたある放射性核種について，摂取直後にある臓器に集積が認められた．この内部被ばくについて，以下の問いに答えよ．

（１）この放射性核種の，物理的半減期を 30 年，この臓器における生物学的半減期を 50 日とするときの有効半減期を求めよ．

（２）（１）の場合において，摂取直後のこの臓器の放射能は 120 Bq であった．集積後から有効半減期よりも十分長い時間にわたる総壊変数（累積放射能[MBq·s]）を求めよ．ただし，臓器への新たな集積はなく，臓器重量の増減もないと仮定する．なお，$\log_e 2$ は 0.7 として計算せよ．

（３）この臓器の総壊変数が N [MBq·s]の場合の等価線量[Sv]を求めよ．また，この臓器のみで内部被ばくが生じた場合の実効線量[Sv]を求めよ．ただし，この放射性核種の壊変で生じた放射線はガンマ線のみであり，累積放射能と吸収線量の換算係数は 0.0025 μGy/(MBq·s)，この臓器の組織加重係数は 0.05 であるとする．

原子炉物理学　REACTOR PHYSICS

以下の問いに答えよ．

（1） 図 1～4 は ^{235}U，^{238}U の核分裂および中性子捕獲反応のミクロ断面積を示したものである．図 1～4 のうち，^{235}U と ^{238}U の核分裂反応のミクロ断面積を示したものをそれぞれ選び，さらにそのように判断した根拠を述べよ．

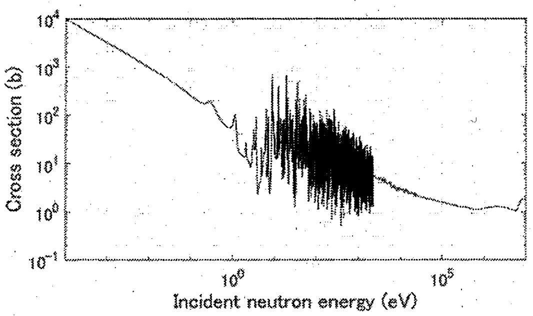

図 1

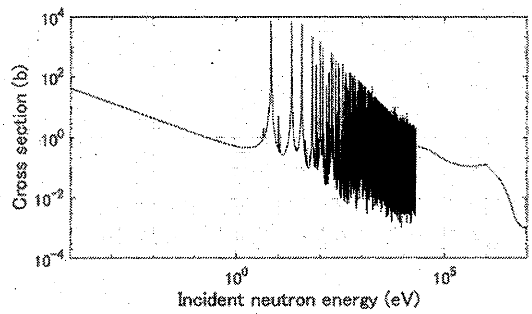

図 2

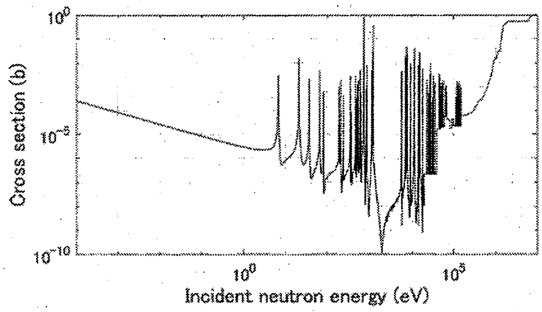

図 3

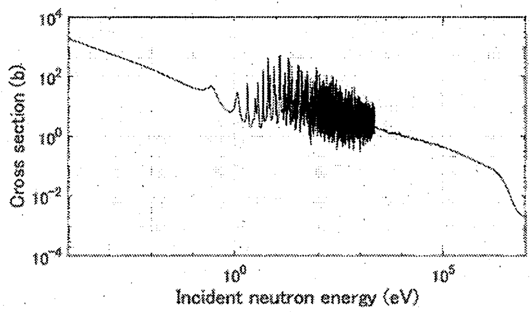

図 4

（2） トリチウム（^{3}H）は原子量 3.0 であり，半減期 12 年で β 崩壊するとする．トリチウム 1 g の放射能[Bq]を求めよ．また，トリチウムの β 崩壊後の生成物は何か示せ．ただし，アボガドロ数は 6.0×10^{23} とし，必要であれば $\log_e 2 = 0.7$ とせよ．

（3） 無限に大きく均質な媒質中において，毎秒 S 個の中性子を等方的に放出している点中性子源がある．点中性子源以外の点において，中性子束ϕと中性子流密度ベクトル $\boldsymbol{J}$が連続の式

$$\nabla\cdot\boldsymbol{J} + \Sigma_a\phi = 0$$

を満たし，かつ拡散近似

$$\boldsymbol{J} = -D\nabla\phi$$

が成立するとき，ϕを点中性子源からの距離rの関数として求めよ．ただし，上式においてΣ_aはマクロ吸収断面積，Dは拡散係数である．ここで，一次元球座標系でのラプラス演算子は

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d}{dr}\right)$$

である．