

# 電磁気学 参考問題

出題範囲キーワード：マクスウェル方程式，静電場，静磁場，電磁誘導（いずれも真空中）

参考教科書：

- 砂川重信，電磁気学の考え方（物理の考え方2），岩波書店，【1～8章】
- 満田節生ら，グリフィス電磁気学I，丸善出版，【1，2，3，5，7章】

1. 図1に示すように、半径 $R$ の2個の球、AとBが、それぞれの中心 $O_A$ 、 $O_B$ の間の距離が $d$ となるように置かれている。球Aおよび球Bはそれぞれ、体積電荷密度 $\rho_A$ 、 $\rho_B$ で一様に帯電しているものとする。次の問いに答えよ。ただし、誘電率を $\epsilon_0$ とする。
- (1) マクスウェル (Maxwell) の方程式 (微分形) を利用して、静電場に関する積分形のガウスの法則を導出せよ。
  - (2)  $\rho_A = \rho_0$ 、 $\rho_B = 0$  のときの静電場の分布を、問(1)の結果を使って求めよ。
  - (3)  $\rho_A = \rho_0$ 、 $\rho_B = -\rho_0$  のときの2個の球の重なる部分での静電場の分布を求めよ。ただし、 $d$ は $2R$ より小さいものとする( $0 < d < 2R$ )。

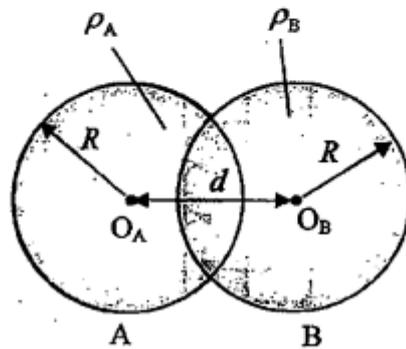


図1

2. 円筒座標系 $(r, \theta, z)$ において、図2のような半径 $a$ で $z$ 軸を中心軸とする無限長ソレノイドコイルを考える。無限長ソレノイドコイルには単位長さ当たり $i_\theta$ の電流が $\theta$ 方向に一様に流れているものとする。次の問いに答えよ。ただし、透磁率を $\mu_0$ とする。

- (1) 積分形のアンペールの法則を書け。
- (2) 無限長ソレノイドコイル外( $r > a$ )の磁束密度 $B$ は0になる。ソレノイドコイル内( $r < a$ )では磁束密度 $B$ は空間的に一様であることを示し、さらに、磁束密度 $B$ の大きさを求めよ。
- (3) 図2のような中心を原点 $O$ とし $z=0$ 平面上にある半径 $b$ ( $b > a$ )の円形コイル $C$ を考える。コイル $C$ を貫く磁束 $\Phi$ を求めよ。
- (4) 無限長ソレノイドコイルの電流密度 $i_\theta$ が時刻 $t$ とともに、 $i_\theta = i_0(1 - t/t_0)$  ( $0 < t < t_0$ )で変化するとき、コイル $C$ 内の電場 $E$ とコイル $C$ に流れる誘導電流 $I$ を求めよ。ただし、 $i_0, t_0$ は定数、コイル $C$ の抵抗を $R$ とし、コイル $C$ に流れる電流が作る磁束密度は無視できるものとする。

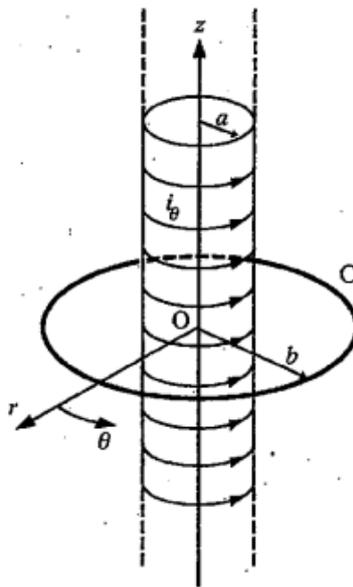


図2

1. 定常電流の作る静磁場について、以下の問いに答えよ。

- (1) 電流密度と磁場の関係を表す微分方程式を書け。
- (2) ストークスの定理を用いて問(1)で示した式の積分形を求めよ。
- (3) 図1(a)に示すように、無限長で半径  $a$  の導体に電流  $I$  が  $z$  方向に一樣な電流密度で流れている。  $x \geq 0$  の範囲で  $x$  軸上の磁場の  $x$  成分  $H_x$  と  $y$  成分  $H_y$  を求め、さらにその結果をグラフで示せ。
- (4) 図1(b)に示すように、無限長で半径  $a$  の導体の内部に  $z$  軸を中心軸として半径  $a/2$  の無限長の円筒状の穴があいている。導体には電流  $I$  が  $z$  方向に一樣な電流密度で流れている。  $x \geq 0$  の範囲で  $x$  軸上の磁場の  $x$  成分  $H_x$  と  $y$  成分  $H_y$  を求め、さらにその結果をグラフで示せ。
- (5) 図1(c)に示すように、図1(b)に示した穴と同様の穴が、  $x=a/2, y=0$  と  $x=-a/2, y=0$  を中心軸として2箇所あいている。導体には電流  $I$  が  $z$  方向に一樣な電流密度で流れている。  $x \geq 0$  の範囲で  $x$  軸上の磁場の  $x$  成分  $H_x$  と  $y$  成分  $H_y$  を求め、さらにその結果をグラフで示せ。

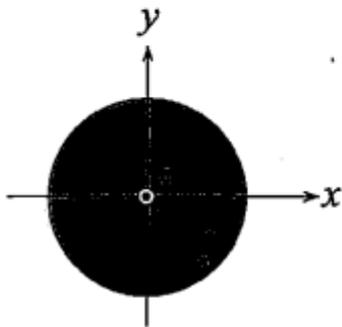


図 1(a)

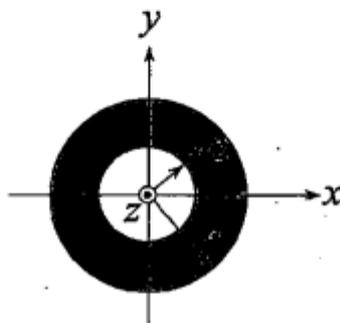


図 1(b)

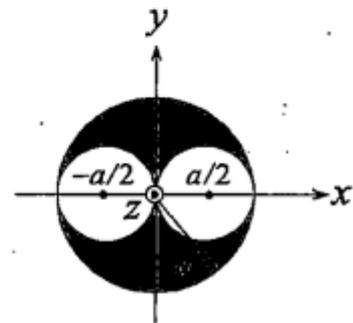


図 1(c)

2. 導体が変動磁場中に置かれると導体には電流が誘導される。この誘導された電流は、導体が板状であれば渦状に流れることから渦電流と呼ばれる。この渦電流について、以下の問いに答えよ。
- (1) 電磁誘導に関するファラデーの法則を表す微分方程式を書け。さらに、その式を用いて変動磁場中で板状の導体に渦電流が誘導されることを説明せよ。
  - (2) 時間変化がある場合の電流密度と磁場の関係式(アンペール-マクスウェルの法則)を微分形で書け。
  - (3) 導体に生じる渦電流に比べて変位電流が無視できるほど小さくなることを以下の条件を用いて説明せよ。変動磁場は周波数 $f=100\text{kHz}$ の交流磁場とし、導体の導電率は $\sigma=1\times 10^6\text{ S/m}$ 、導体の誘電率は $\epsilon=8.85\times 10^{-12}\text{ F/m}$ とする。
  - (4) 渦電流が使われている電磁機器をあげよ。さらに、その機器の特性に影響を与えるパラメータをあげ、特性に影響を与える理由を電磁現象の観点から説明せよ。

1. 図1(a)に示す半径  $a$  の球に電荷密度  $\rho(r)$  が図1(b)のように分布している。次の問いに答えよ。ただし、誘電率として  $\epsilon_0$  を用いよ。

- (1) 電場に関するガウスの法則を積分形で記せ。
- (2) 問(1)の結果を用いて、電場に関するガウスの法則の微分形を求めよ。
- (3) 球の総電荷  $Q$  を求めよ。
- (4) 問(1)の結果を用いて、球内 ( $r < a$ ) の電場  $E$  を求め、電場の向きが反転する半径  $r_0$  を求めよ。
- (5) 問(1)の結果を用いて、球外 ( $r > a$ ) の電場  $E$  を求めよ。
- (6) 問(4)と(5)で求めた電場  $E$  が問(2)で求めた微分形のガウスの法則を満足することを示せ。

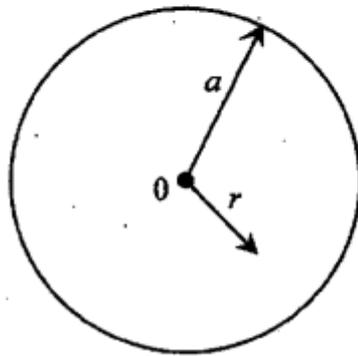


図1(a)

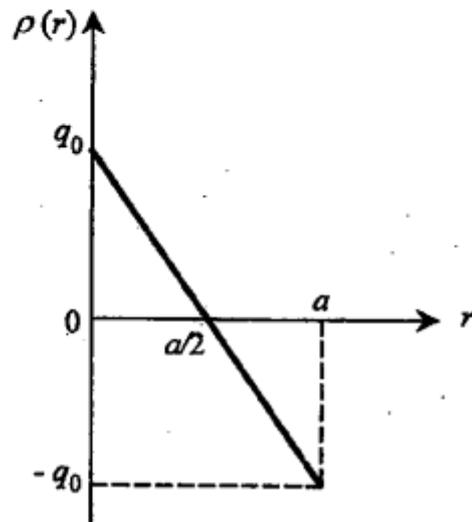


図1(b)

2. 図2に示すように、全巻数 $N$ 、長さ $L$ 、半径 $r_s$ のソレノイドコイルSと、半径 $r_c$ 、電気抵抗 $R$ の閉回路Cがある。次の問いに答えよ。ただし、 $r_c > r_s$ 、 $L \gg r_c$ 、 $R \gg 0$ であり、透磁率として $\mu_0$ を用いよ。

- (1) ソレノイドコイルSに直流 $I = I_0$ を流したとき、コイルSの中央部での磁束密度を求めよ。
- (2) ソレノイドコイルSに交流 $I = I_1 \sin(\omega t)$ を流す。このとき、コイルSの中央部のまわりに置かれた閉回路Cに流れる電流を求めよ。
- (3) ソレノイドコイルSに直流 $I = I_0$ を流し、コイルSの中央部に置かれた閉回路Cを軸方向に一定速度でソレノイドコイルSから引き抜いた。この閉回路Cに流れる電流の時間変化の概略をグラフで示せ。
- (4) 問(3)において、閉回路Cに働く電磁力の大きさと方向について定性的に説明せよ。
- (5) ソレノイドコイルSに交流 $I = I_1 \sin(\omega t)$ を流し、コイルSの中央部に置かれた閉回路Cを軸方向に十分小さな速度 $v$  ( $v/L \ll \omega$ ) でソレノイドコイルSから引き抜いた。この閉回路Cに流れる電流の時間変化の概略をグラフで示せ。

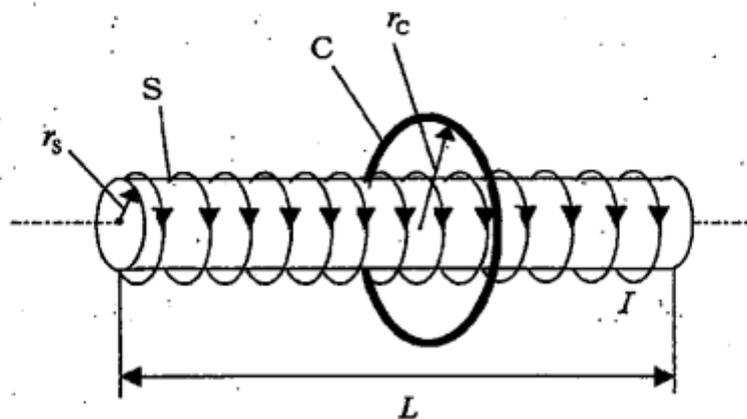


図2

1. 図1 (a) に示すように、一様な表面電荷密度  $\sigma$  を持つ半径  $R$  の球状の薄肉シェルが一定の角速度  $\omega$  で回転している。次の問いに答えよ。

- (1) 総電荷量を求めよ。
- (2) 中心軸からの角度を  $\theta$  とする。このとき、 $d\theta$  に対応する帯状の部分の表面積を求め、この部分に流れる電流値を求めよ。
- (3) 中心  $O$  での磁場、および、中心軸上での磁場分布を求めよ。ただし、図1 (b) で示されるような半径  $b$  の円形ループに電流  $I_0$  が流れるときに、円形ループの中心  $O'$  から距離  $h$  の位置での磁場  $H_0$  の大きさは、次式で与えられる。

$$H_0 = \frac{b^2 I_0}{2(b^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}}$$

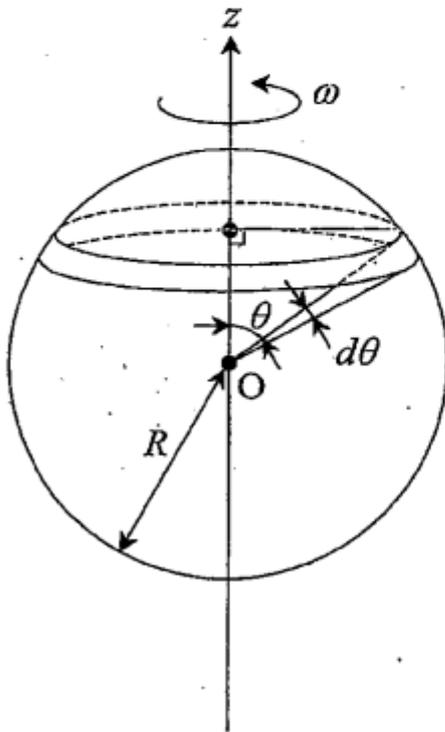


図 1 (a)

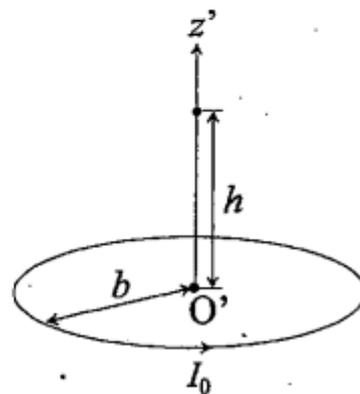


図 1. (b)

2. 無限に長い平行な直線状の2本の導線 A, B と長方形の2個のコイル1, 2 を図2のように同一平面内に設置する. 図中の  $a, b, c, d$  は対応する距離を表す. 2個のコイルは間隔が極めて小さい2本の導線で電流計を通して接続されている. 導線 A, B に流れる電流をそれぞれ  $I_A, I_B$  とする. また, それぞれのコイルの抵抗は  $R$  とし, 2個のコイルを接続する導線の抵抗は無視する. さらにコイルに流れる電流により発生する磁束は無視する. 真空の透磁率は  $\mu_0$ , 交流の角振動数は  $\omega$  とする. 次の問いに答えよ. ただし,  $i = \sqrt{-1}$  である.

- (1)  $I_A = \sqrt{2}I_0 \exp(i\omega t)$ ,  $I_B = 0$  のとき, コイル1 およびコイル2 を貫く磁束  $\phi_1, \phi_2$  を求めよ. また, 電流計の示す値を求めよ.
- (2)  $I_A = \sqrt{2}I_0 \exp(i\omega t)$ ,  $I_B = \sqrt{2}I_0 \exp(i\omega t)$  のとき, コイル1 およびコイル2 を貫く磁束  $\phi_1, \phi_2$  を求めよ. また, 電流計の示す値を求めよ.
- (3) コイル2 を貫く磁束が0になるとき,  $I_A$  と  $I_B$  の関係を求めよ.

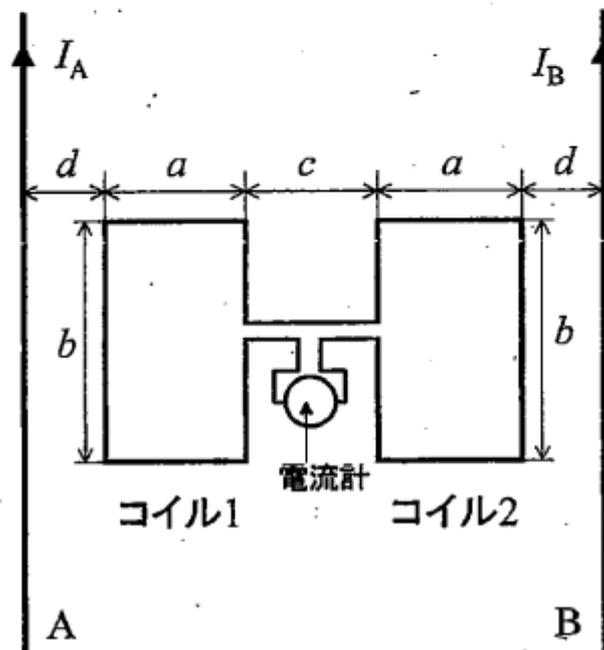


図2

1. 図1に示すように、半径  $a$  の球 A がある。半径  $a$  に比べて十分大きい中心距離  $3\ell$ 、 $\ell$  を隔てて一直線上の点 B、C を考える。以下の問いに答えよ。ただし、誘電率を  $\epsilon_0$  とする。

- (1) 電場に関するガウスの法則を積分形で記せ。
- (2) 球 A 内に一様密度で分布する電荷  $Q_A$  を与える。このときの静電場  $E(r)$  および静電ポテンシャル  $\phi(r)$  を求めよ。さらに、 $E(r)$  および  $\phi(r)$  を図示せよ。ただし、 $r$  は球 A の中心からの距離とする。
- (3) 問(2)の条件に加え、点 B、C に点電荷  $q_B$ 、 $q_C$  を置くと、点電荷  $q_C$  に作用する力を求めよ。
- (4) 問(3)において、点電荷  $q_C$  に作用する力がゼロとなるときの電荷  $Q_A$ 、 $q_B$ 、 $q_C$  の関係を求めよ。ただし、 $q_C=0$  および  $\ell=\infty$  の場合を除くものとする。

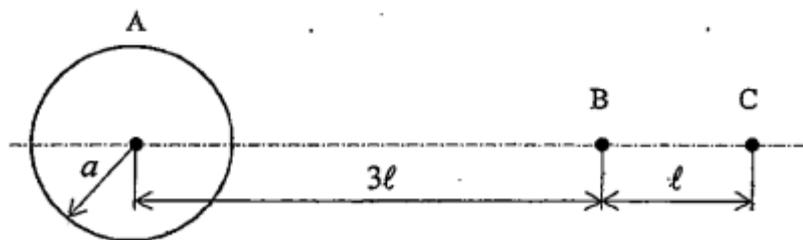


図1

2. 図2に示すように、厚さ  $2d$  の無限に広い導体板内部に一樣電流密度  $i_0$  で定常電流が  $z$  軸方向に流れている。以下の問いに答えよ。ただし、透磁率を  $\mu_0$  とする。

- (1) アンペールの法則を積分形で記せ。
- (2) 全領域で磁束密度  $B$  の  $y, z$  成分  $B_y, B_z$  はそれぞれゼロであることを示せ。
- (3) 導体板内部および外部での、磁束密度  $B$  の  $x$  成分  $B_x$  を求めよ。
- (4)  $y$  軸上の  $B_x$  の分布の概略を描け。

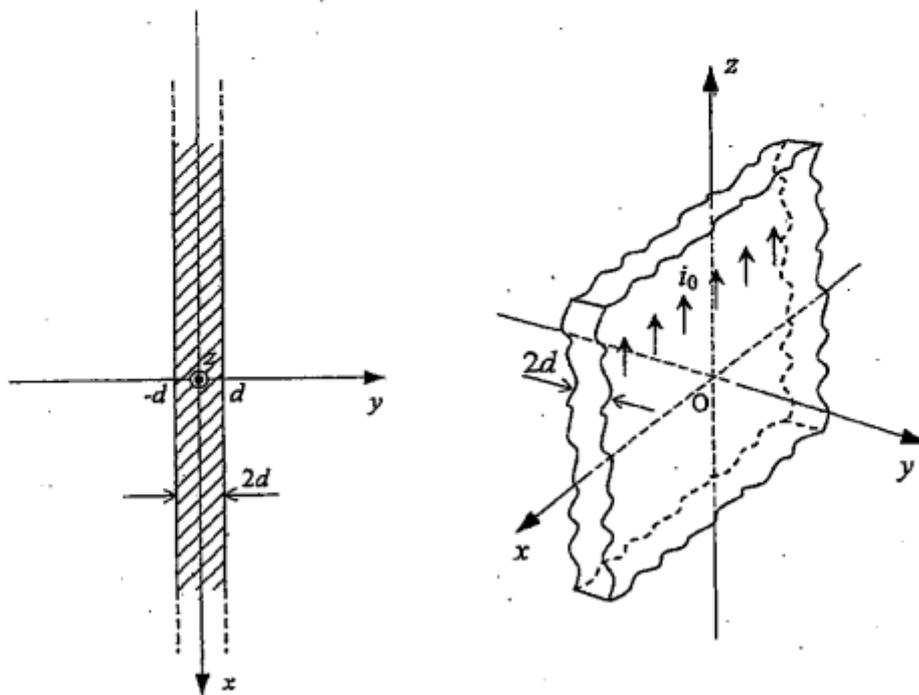


図2

1. 定常電流の作る静磁場について次の問いに答えよ。ただし、透磁率を $\mu_0$ とする。

(1) 長さ $ds$ で電流 $I$ が流れる電流素片 $I ds$ がある点に作る磁束密度 $dB$ は、

$$dB = \frac{\mu_0 I ds \times r}{4\pi |r|^3}$$

で与えられる。ここで $r$ は電流素片からその点へ向かうベクトルである。

図1(a)に示すように、長さ $L$ の電流片 $AB$ に電流 $I$ が流れているときに点 $Q$ に生じる磁束密度の大きさ $B$ は

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi h} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$$

となることを示せ。ただし、 $h$ は点 $Q$ から電流片 $AB$ の延長線へ引いた垂線 $QK$ の長さであり、 $\theta_1$ 、 $\theta_2$ はそれぞれ直線 $QA$ 、 $QB$ の垂線 $QK$ に対する角度である。

(2) 図1(b)に示すように、一辺の長さ $a$ の正方形の導線に電流 $I$ が流れている。このとき、中心 $O$ における磁場 $H$ を求めよ。

(3) 半径 $r$ の円に外接する正 $n$ 角形の導線に電流 $I$ が流れている。このとき、中心 $O$ における磁場 $H$ を求めよ。

(4) 問(3)において、 $n$ を無限大としたときの正 $n$ 角形の中心 $O$ における磁場 $H$ を求めよ。

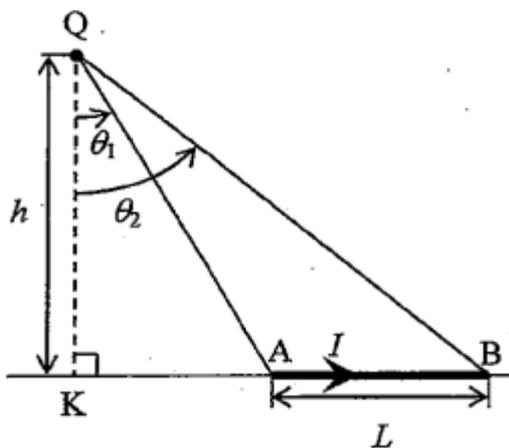


図1(a)

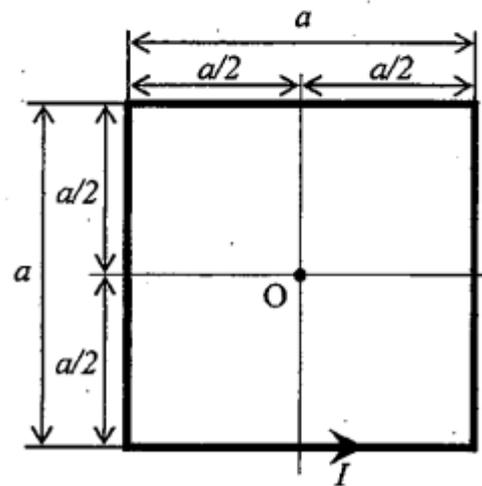


図1(b)

2. 図2に示すように、電気抵抗が無視できる十分に長い3本の平行な直線状の導線  $L_1, L_2, L_3$  が置かれており、 $L_1$ に直流電流  $I$ が流れている。 $L_1$ と  $L_2$ 、 $L_2$ と  $L_3$ の距離は、それぞれ、 $a$ 、 $b$ とする。また、 $L_2, L_3$ の2本の導線は、スイッチ  $S_1, S_2$ と電気抵抗値  $R$ の抵抗器  $W_1, W_2$ を通して接続されており、それらの上を質量  $m$ 、電気抵抗値  $R$ の導電体  $M$ が一定の速度  $V_0$ で運動している。ただし、導電体  $M$ と導線の間の摩擦力は無視でき、スイッチ  $S_1, S_2$ は開いているものとする。また、透磁率を  $\mu_0$ とし、誘導電流が作る磁場は無視できるものとする。次の問いに答えよ。

- (1) 導電体  $M$ の点  $P$ における磁束密度を求めよ。ただし、点  $P$ と導線  $L_1$ の距離を  $x$ とせよ。
- (2) 導線  $L_2, L_3$ 間の電位差を求めよ。
- (3) スイッチ  $S_1$ を閉じた時、導電体  $M$ に流れる電流を求めよ。また、その後の導電体  $M$ の位置を時間の関数として求めよ。
- (4) スイッチ  $S_1$ と  $S_2$ を同時に閉じた場合の導電体  $M$ の運動を、問(3)のスイッチ  $S_1$ のみを閉じた場合と比較して違いを説明せよ。

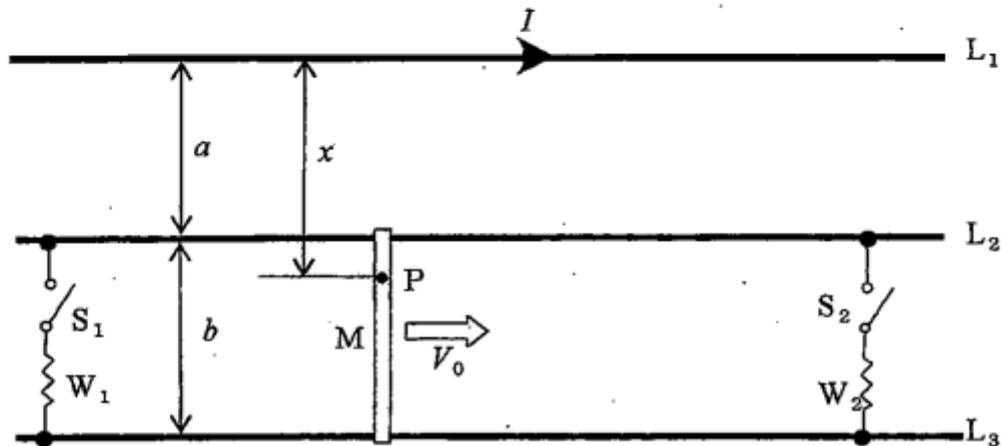


図2

1. 静電場について次の問いに答えよ。ただし、誘電率を $\epsilon_0$ とする。

- (1) 電束密度  $D$  と電荷密度  $\rho$  の関係式を微分形で示せ。
- (2) 図 1(a) に示すように、無限長の直線に電荷が一樣に分布している。単位長さ当たりの電荷密度が  $Q$  であるとき、電場  $E$  を問 (1) で求めた式を用いて求めよ。また、 $|E|$  のグラフを直線からの距離の関数として示せ。
- (3) 図 1(b) に示すように、2本の無限長の直線 A と B が平行に距離  $a$  だけ隔てて置かれている。直線 A と B には単位長さ当たりの電荷密度  $Q$  および  $-Q$  で一樣に電荷が分布している。直線 A にはたらく単位長さ当たりの力を求めよ。
- (4) 図 1(c) に示すように、単位長さ当たりの電荷密度  $Q$  で一樣に電荷が長さ  $L$  の線分 C に分布している。線分 C の中点から距離  $a$  の位置に点電荷  $q$  を置くと、線分 C にはたらく力を求めよ。

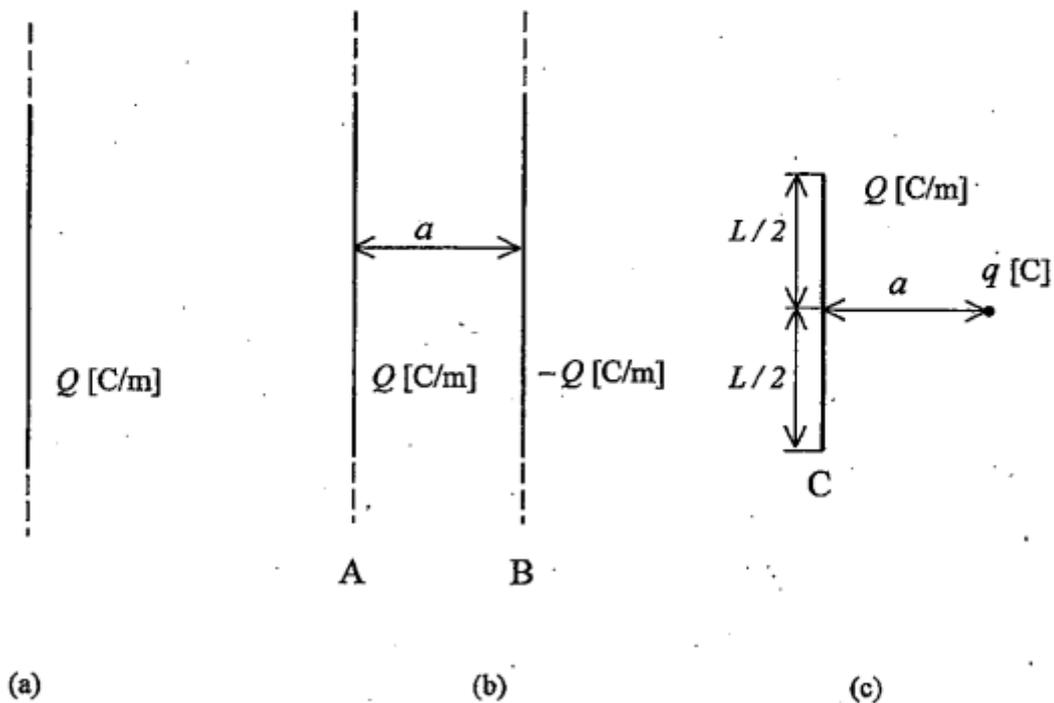


図 1

2. 図2のように、原点を中心とする半径  $a$  の球の上の導線ループ ABC を考える。ループは 8 分の 1 球 ( $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ ) と平面  $x=0, y=0, z=0$  との交線におかれている。点 A, B, C の座標はそれぞれ  $(a, 0, 0), (0, a, 0), (0, 0, a)$  である。誘導電流がつくる磁場は無視できるものとして、次の問いに答えよ。ただし、透磁率を  $\mu_0$  とする。

- (1) 磁場に関するガウスの法則を積分形で書け。
- (2)  $z$  軸方向に磁束密度  $B = B_0 k \sin \omega t$  をループ ABC に一様に印加した。ただし、 $B_0$  は定数、 $k$  は  $z$  軸方向の単位ベクトル、 $\omega$  は角周波数、 $t$  は時間である。ループ ABC に誘導される起電力を求めよ。
- (3)  $B$  の方向を変えて、ループ ABC の起電力を最大にする。その方向を求めよ。
- (4)  $B$  の代わりに、 $x$  軸に沿って電流  $I = I_0 \sin \omega t$  を流した。ただし、 $I_0$  は定数である。このときに、ループ ABC に誘導される起電力を求めよ。

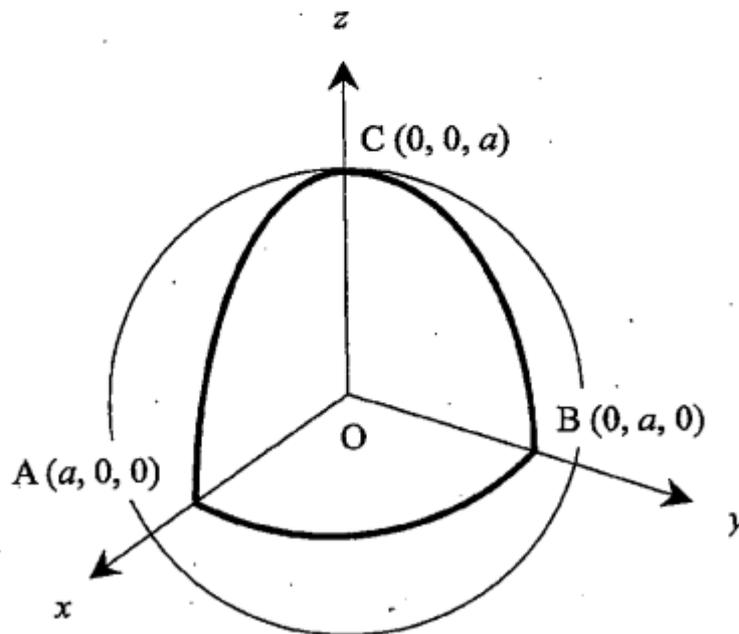


図2

1. 図1に示すように、 $xy$ 平面上の半径  $a$  の円板  $C$  を考える。円板  $C$  の厚さは  $0$  と仮定する。円板  $C$  には電荷が面電荷密度  $\sigma$  で一様に分布している。次の問いに答えよ。ただし、誘電率を  $\epsilon_0$  とする。

- (1) 円板  $C$  内に図1に示すようなリング（内半径  $r$ 、外半径  $r+dr$ 、 $dr \ll r$ ）を考える。このリング内の電荷がつくる  $z$  軸上の点  $P(0, 0, z)$  での電場  $E$  を求めよ。
- (2) 問(1)の結果を用いて、円板  $C$  内の電荷がつくる点  $P$  での電場  $E$  を求めよ。
- (3) 問(2)の結果を用いて、半径  $a$  を無限に大きくした場合の点  $P$  での電場  $E$  を求めよ。

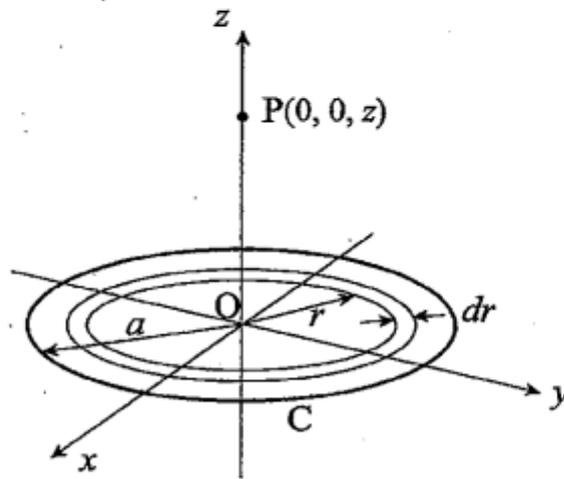


図1

2. 図2(a), (b)のように、磁場中にある半径  $a$  の円形導体ループ C と半径  $a$  の2個の円からなる8の字形の導体ループ F がある。ループ C とループ F は  $xy$  面上にあり、それらの中心は点  $(L, 0, 0)$  にある。ループ F では、①, ②, ③, ④の順に導線を巻いている。誘導電流のつくる磁場は無視できるものとして、次の問いに答えよ。ただし、 $\omega$  は一定の角周波数、 $t$  は時間である。

- (1)  $z$  方向の磁束密度  $B_z$  が、 $B_z = B_0 \sin \omega t$  で表されるとき、ループ C とループ F に生じる起電力  $\phi^{em}$  を求めよ。ここで、 $B_0$  は定数である。
- (2)  $z$  方向の磁束密度  $B_z$  が、 $x < L$  で  $B_z = B_0 \sin \omega t$ 、 $x \geq L$  で  $B_z = (B_0 + B_1) \sin \omega t$  で表されるとき、ループ C とループ F に生じる起電力  $\phi^{em}$  を求めよ。ここで、 $B_0, B_1$  は定数である。
- (3)  $z$  方向の磁束密度  $B_z$  が、 $B_z = (B_0 x) \sin \omega t$  で表されるとき、ループ C とループ F に生じる起電力  $\phi^{em}$  を求めよ。ここで、 $B_0$  は定数である。

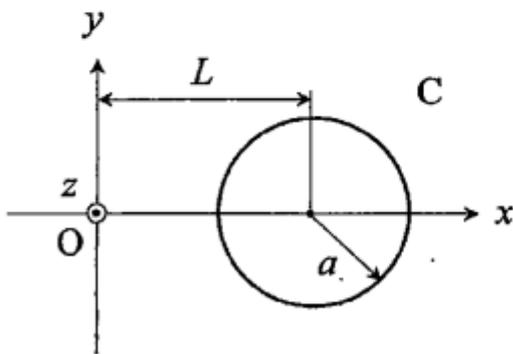


図 2(a)

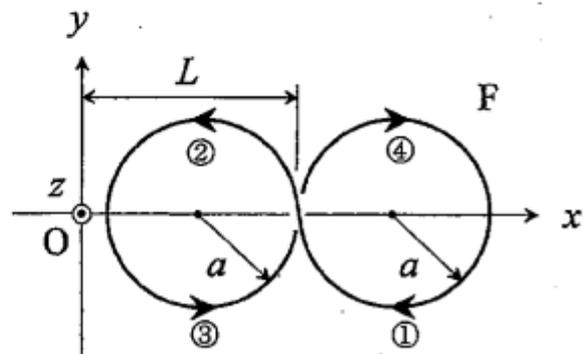


図 2(b)

1. 図1に示すように、内半径  $a$ 、外半径  $b$  の孤立した球殻の導体 A とその中心に存在する点電荷  $q$  を考える。なお、導体 A の初期の総電荷量は 0 である。次の問いに答えよ。ただし、誘電率を  $\epsilon_0$  とする。

- (1) 微分形のマクスウェル (Maxwell) の方程式を利用して、静電場に関する積分形のガウスの法則を導出せよ。
- (2) 導体 A の内部 (図1の斜線部) の電場分布を求めよ。
- (3) 電荷は導体 A の表面にのみ存在する理由を答えよ。
- (4) 導体 A の内面と外面に誘導される面電荷密度を求めよ。
- (5) 導体 A の内部 (図1の斜線部) の静電ポテンシャルを求めよ。
- (6) もし、導体 A が接地された場合、導体 A の内面と外面に誘導される面電荷密度を求めよ。

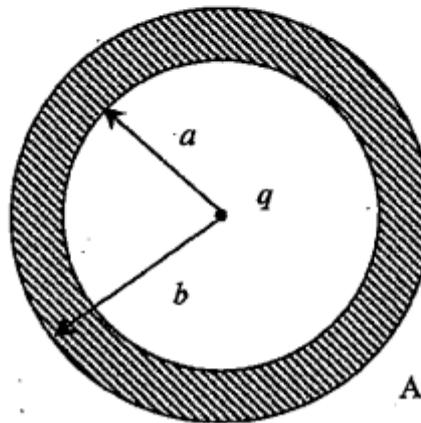


図1

2. 電流  $I$  が流れる半径  $a$  の円形導体ループに作用する電磁力と円形導体ループの作る磁束密度について次の問いに答えよ。円形導体ループの中心軸は  $z$  軸である。ただし、透磁率を  $\mu_0$  とする。

- (1) 図 2(a) に示す電流  $I$  が流れる半径  $a$  の円形導体ループ  $C_1$  に  $z$  方向の一様な磁束密度  $B_0$  が作用している。ループ  $C_1$  に作用する電磁力の向きと大きさを求めよ。
- (2) 図 2(a) において、ループ  $C_1$  の作る  $z$  軸上の磁束密度の  $z$  成分  $B_z(z)$  が次のように表されることを示せ。

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 I a^2}{2(z^2 + a^2)^{3/2}}$$

ここで、ループ  $C_1$  の中心は原点  $O$  である。

- (3) 図 2(b) に示す電流  $I$  が流れる半径  $a$  の円形導体ループ  $C_2$  と  $C_3$  がある。ループ  $C_2$  と  $C_3$  の中心の位置はそれぞれ  $(0, 0, b)$  と  $(0, 0, -b)$  である。 $C_2$  と  $C_3$  には逆向きの電流が流れている。 $C_2$  に作用する電磁力の向きについて述べよ。
- (4) 問 (3) において、 $xz$  面での磁力線の様子を図示せよ。また、問 (2) の式を用いて原点  $O$  の近傍では  $B_z(z)$  が  $B_z(z) = kz$  の形で近似されることを示せ。ここで、 $k$  は定数である。

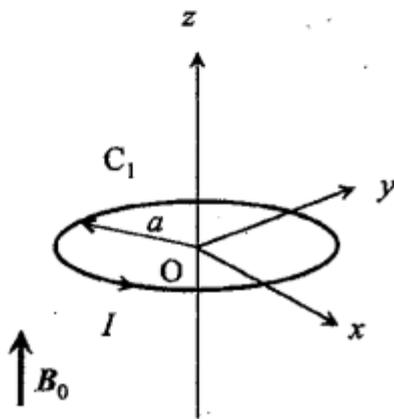


図 2(a)

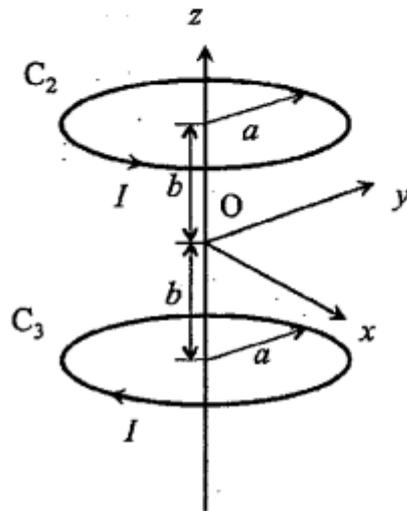


図 2(b)

1. 初期電荷ゼロの3個の一辺の長さ  $d$  の正方形板状導体 A, B, C が図1に示すように  $xz$  面に平行に置かれ,  $y$  軸方向に直列接続コンデンサーを構成している. 導体 A と C の厚さは  $t_1$  で, 導体 B の厚さは  $t_2$  である. 導体 A と B の間隙および導体 B と C の間隙は  $b$  である. なお,  $b \ll t_2 \ll d$  であると仮定する. 導体 A と C を電圧  $V$  の定電圧電源に接続するとき, 次の問いに答えよ. ただし, コンデンサーの縁の効果は無視できるものとし, 真空の誘電率は  $\epsilon_0$  とする.
- (1) 微分形のマクスウェル方程式を利用して, 電束密度に関する積分形のガウスの法則を導出せよ.
  - (2) 導体 A に表れる電荷を  $Q$  とし, AC 間の電束密度を問 (1) の結果を用いて示せ.
  - (3) 問 (2) の結果を用いて, 図1に示す直列接続コンデンサーの静電容量と蓄えられる静電エネルギーを求めよ.
  - (4) 導体 B が  $y$  軸に沿って変位  $\Delta y (\ll b)$  だけ動くとき, 直列接続コンデンサーに蓄えられたエネルギーの変化がゼロであることを示せ. また, 導体 B に作用する  $y$  方向の力  $F_y$  もゼロであることを示せ.
  - (5)  $\Delta y = 0$  の条件で, 導体 B が  $x$  軸に沿って変位  $\Delta x (\ll d)$  だけ動くとき, 導体 B に作用する  $x$  方向の力  $F_x$  を求めよ.

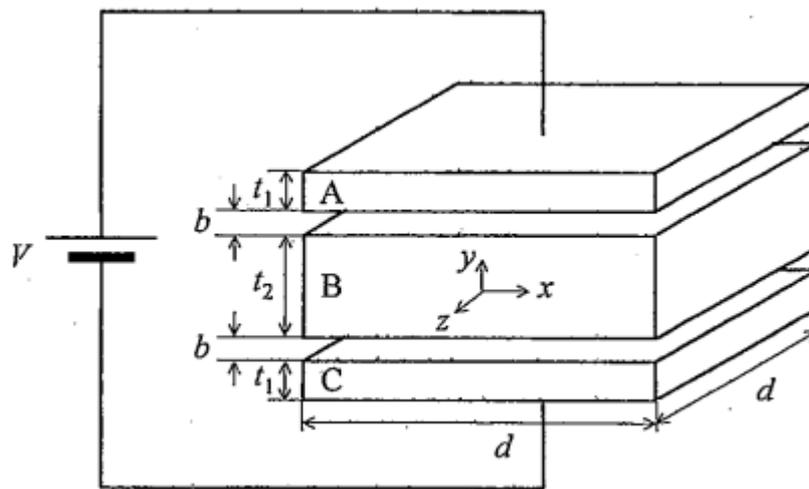


図1

2. 図2に示すように、 $z$ 軸方向に磁束密度  $B(t) = B_0 k \sin \omega t$  を一辺  $a$  の正方形ループに一様に印加した。ただし、 $B_0$  は定数、 $k$  は  $z$  軸方向の単位ベクトル、 $\omega$  は角振動数、 $t$  は時間である。この正方形ループは  $x$  軸を中心に回転できる。正方形ループと  $xy$  平面とのなす角度を  $\theta$  とし、正方形ループの電気抵抗を  $R$  とする。なお、誘導電流がつくる磁場は無視できるものとする。

(1) 正方形ループが非常にゆっくり回転しており、回転による磁束の変化は無視できるものとして、次の問いに答えよ。

- 角度  $\theta$  のときに正方形ループに発生する誘導起電力と、そのときループに流れる電流を角度  $\theta$  の関数として表せ。
- 正方形ループに発生するジュール熱の最大値と、そのときの角度  $\theta$  を求めよ。
- 角度  $\theta$  が  $\frac{\pi}{6}$  のとき、正方形ループに作用する力のモーメントを求めよ。

(2) 正方形ループが角速度  $\omega$  で回転しており、回転角を  $\theta = \omega t$  とするとき、次の問いに答えよ。

- 正方形ループに流れる電流の最大値とそのときの回転角  $\theta$  を求めよ。
- 正方形ループが回転角  $\theta = 0$  から  $\frac{\pi}{4}$  まで回転する間に、正方形ループに流れる総電荷量を求めよ。

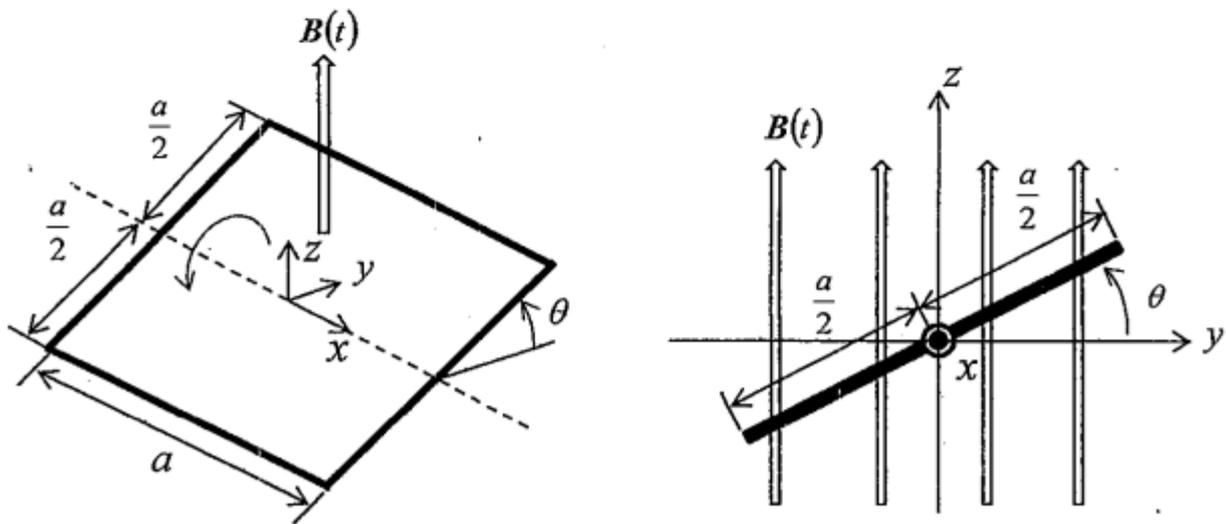


図2

1. 静電場に関する次の問いに答えよ。ただし、誘電率を $\epsilon_0$ とする。

(1) 静電ポテンシャル  $\phi$  と静電場  $E$  との関係式を微分形で示せ。

(2) 電束密度  $D$  と電荷密度  $\rho$  との関係式を微分形で示せ。

(3) 問 (2) の結果を用いて、静電場  $E$  と電荷密度  $\rho$  との関係式を積分形で示せ。

(4) 静電ポテンシャル  $\phi$  が下式で与えられる場合、問 (1) の結果を用いて、静電場  $E(r)$  を求めよ。

$$\phi(r) = \frac{A}{r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda}\right)$$

ここで、 $r$  は図 1 に示すように原点  $O$  からの距離、また、 $A$ 、 $\lambda$  ( $\lambda > 0$ ) は定数である。

(5) 問 (4) の静電ポテンシャル  $\phi(r)$  は  $r=0$  で無限大となる。これは原点  $O$  に点電荷が存在することを意味している。この点電荷の電荷量を次の手順により求めよ。

a) 図 1 に示すように原点  $O$  を中心とする半径  $a$  の球  $S$  を考える。問 (3)、問 (4) の結果から球  $S$  内部の総電荷量を求めよ。

b)  $a \rightarrow 0$  の極限操作により点電荷の電荷量は  $4\pi\epsilon_0 A$  となることを示せ。

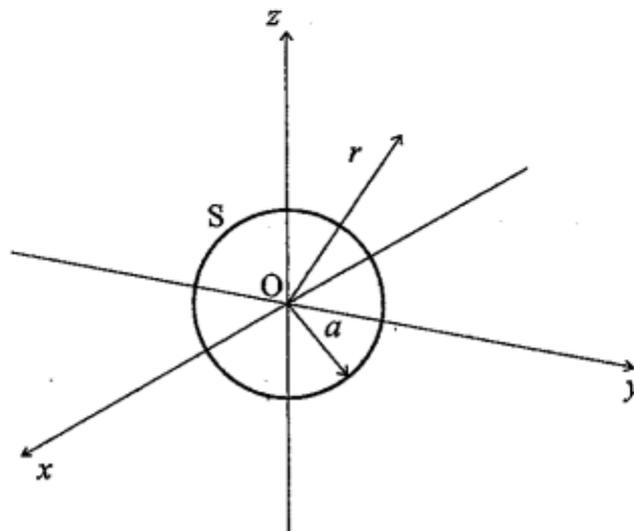


図 1

2. 図2に示すように、半径  $a$  で単位長さあたりの巻き数  $n$  の無限に長いソレノイドと半径  $b$  ( $b > a$ ) の円形一巻導線を同軸に置き、それぞれに直流電流  $I_1, I_2$  を流す。次の問いに答えよ。ただし、透磁率を  $\mu_0$  とし、座標の原点  $O$  は円形一巻導線の中心にあるものとする。

- (1) 磁場に関するアンペールの法則を積分形で示せ。
- (2)  $I_2 = 0$  のとき、 $I_1$  によりソレノイドの内部に発生する磁場をアンペールの法則により求めよ。
- (3) 長さが  $ds$  で電流  $I$  が流れる電流素片  $I ds$  が任意の点  $P$  に作る磁場  $d\mathbf{H}$  はビオ-サバールの法則により、

$$d\mathbf{H} = \frac{I ds \times \mathbf{r}}{4\pi r^3}$$

で与えられる。ただし、 $\mathbf{r}$  は電流素片から点  $P$  へ向かうベクトルである。図2において、 $I_1 = 0$  のとき、 $I_2$  により原点  $O$  に発生する磁場を求めよ。

- (4) 電流  $I_1, I_2$  を同時に流して、原点  $O$  における磁場をゼロにした。電流  $I_1$  と  $I_2$  の関係を求めよ。
- (5) 問(4)の状態での  $z$  軸上の磁場の大きさの概略を、 $z$  を横軸にとったグラフで示せ。

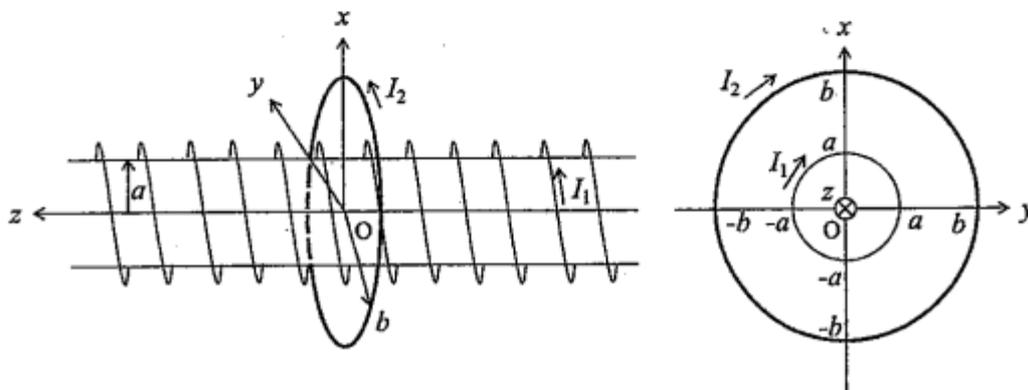


図2

1. 図1(a), (b)に示すように  $xyz$  座標系において,  $y$  および  $z$  方向に広がっている無限平板を考える. 次の問いに答えよ. ただし, 誘電率を  $\epsilon_0$  とする.

- (1) 図1(a)に示すように, 領域  $|x| < a/2$  において一様な正の電荷密度  $+\rho$  で帯電した平板を考える. 電束密度に関する積分形のガウスの法則を利用して, 領域  $|x| > a/2$  における電場の各成分を求めよ.
- (2) 図1(a)の領域  $|x| < a/2$  において電場を求め, 領域  $|x| < \infty$  において電場の各成分を図示せよ.
- (3) 次に図1(b)に示すように, 領域  $0 < x < a$  において一様な正の電荷密度  $+\rho$  で帯電し, 領域  $-a < x < 0$  において一様な負の電荷密度  $-\rho$  で帯電した平板を考える. 領域  $|x| < \infty$  における電場の各成分を図示せよ.
- (4) 問(3)と同じ条件で, 領域  $|x| < a$  における静電ポテンシャルを図示せよ. ただし, 原点  $O$  の静電ポテンシャルはゼロとする.

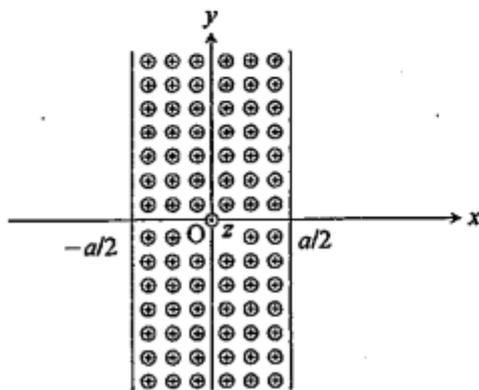


図1(a)

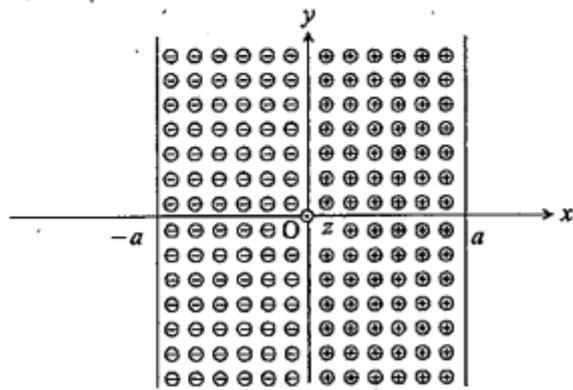


図1(b)

2. 図2に示すように、 $xyz$ 座標系において、 $xy$ 平面上に直線Lがある。直線Lは $x$ 軸と原点Oで角度 $\theta$ で交差する。 $x$ 軸と直線Lにそれぞれ電流 $I_1$ 、 $I_2$ が流れている。次の問いに答えよ。ただし、透磁率を $\mu_0$ とする。

- (1) 直線Lに流れる電流 $I_2$ が、点 $P(x, 0, 0)$  ( $x > 0$ ) に作る磁場 $H$ を求めよ。
- (2) 磁束密度 $B$ の空間に置かれた電流素片ベクトル $I\Delta s$  (長さ $\Delta s$ 、電流値 $I$ ) に作用する電磁力 (アンペールの力)  $\Delta F$  をベクトル表記で書け。
- (3) 図2に示す点Pの位置に電流素片 $I_1\Delta x$ を考える。問(1)の結果を用いて、電流素片 $I_1\Delta x$ に作用する力の大きさと向きを求めよ。
- (4) 問(3)の結果を用いて、図2に示すように、長さ $2a$ の $x$ 軸上の線分QRに作用する力のモーメント (トルク) を求めよ。

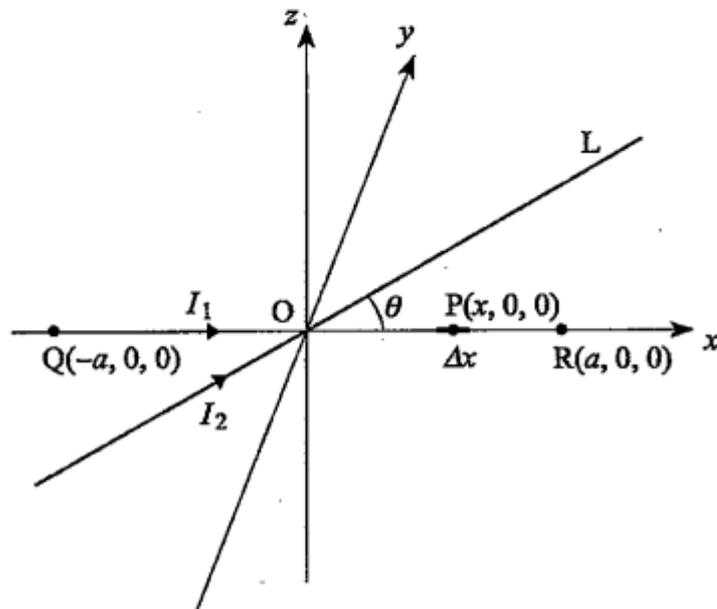


図2

1. 2個の平行平板コンデンサーがある。図1(a)に示すようにそれぞれの平板電極の面積は  $S_1, S_2$  であり、平板間距離は  $d_1, d_2$  である。それぞれのコンデンサーは最初に電位差  $V_1, V_2$  で充電されている。誘電率を  $\epsilon_0$  として、次の問いに答えよ。

- (1) 積分形のガウスの法則を用いて2個のコンデンサーの静電容量  $C_1, C_2$  を求めよ。
- (2) 2個のコンデンサーに蓄えられているそれぞれの静電エネルギー  $W_1, W_2$  を  $C_1, C_2, V_1, V_2$  を用いて表せ。
- (3)  $V_1 = V_2 = V_0$  の場合に図1(b)のようにコンデンサーを並列接続した。定常状態における接続後のコンデンサーの全電荷量  $Q_0$  と電位差  $V_0$  を求めよ。さらに、接続後のコンデンサーの静電エネルギー  $W_0$  と問(2)で得られる  $W_1$  と  $W_2$  の和  $W_1 + W_2$  との関係求めよ。
- (4)  $V_1 < V_2$  の場合に図1(b)のようにコンデンサーを並列接続した。定常状態における接続後のコンデンサーの全電荷量  $Q_0$  と電位差  $V_0$  を求めよ。さらに、接続後のコンデンサーの静電エネルギー  $W_0$  と問(2)で得られる  $W_1$  と  $W_2$  の和  $W_1 + W_2$  との関係が  $W_0 < W_1 + W_2$  となることを示せ。
- (5) 問(4)におけるエネルギー損失の原因を説明せよ。

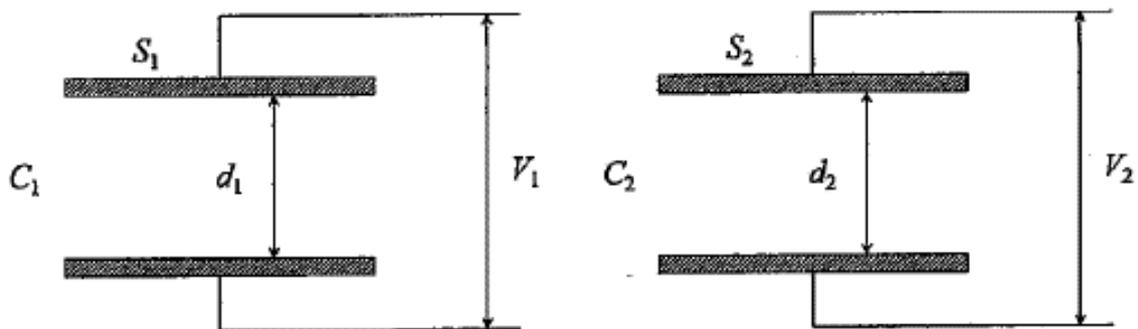


図1(a)

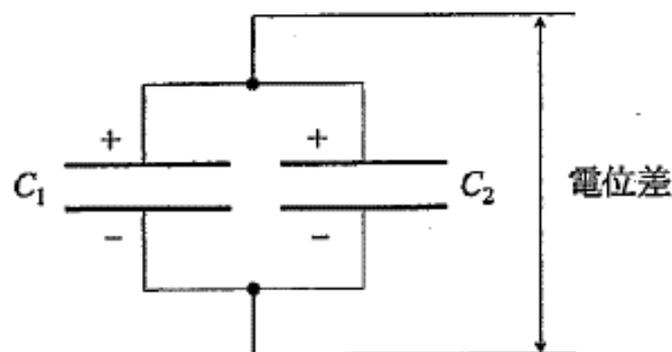


図1(b)

2. 図2に示すように、 $y$ 軸を中心軸とする半径  $r_0$ 、導電率  $\sigma$  の無限に長い導体円柱を、磁束密度  $B=(0, 0, B(z))$  で与えられる磁場中で  $y$  軸のまわりに角速度  $\omega$  で回転させる。ただし、導体円柱に誘導される電流の磁束密度に対する影響は無視できるものとする。次の問いに答えよ。

(1)  $B(z)$  は定数となることを示せ。

(2) 導体円柱内部の点  $(x, y, z)$  における、導体円柱の回転に伴って発生する電場  $E(x, y, z)$  および誘導される電流密度  $J(x, y, z)$  を求めよ。

(3) 問(2)で求めた導体円柱内部に誘導される電流密度によって生じる  $y$  方向単位長さあたりの力のモーメント (トルク) を求めよ。

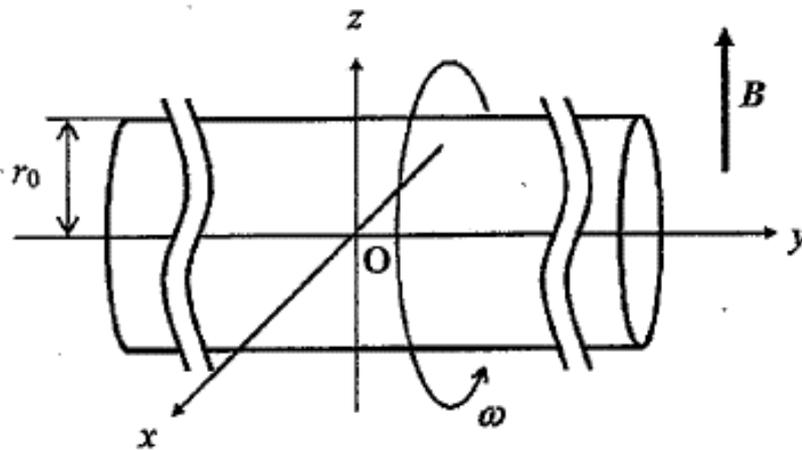


図2